

### Programmieraufgabe

(9000 stylepoints)

Der Konzern *Kutschan Oil* (K.O.) hat kürzlich ein gigantisches Ölvorkommen in der Wüste *Fourier-Desert* entdeckt. Um potenziellen Konkurrenten voraus zu sein, hat die Firma K.O. unverzüglich reagiert und bereits einige Bohrtürme in der Wüste platziert. Die genauen Koordinaten kennen jedoch nur die eingeweihten Mitarbeiter.

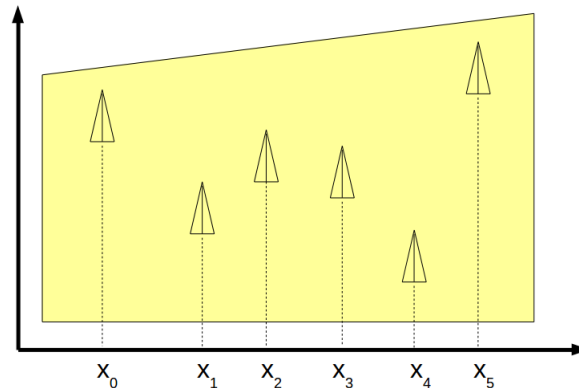


Abbildung 1: Die Bohrtürme in Fourier-Desert.

Nun plant der Konzern den Bau einer neuen Pipeline, die alle Bohrtürme miteinander verbindet. Da K.O. selbst nicht das nötige Know-How für ein solches Unterfangen besitzt, bittet das Unternehmen die Firma *Schneider Interpol*, die für ihre fähigen Numeriker bekannt ist, um Hilfe.

- (i) Schreiben Sie die drei Funktionen *intpolynom()*, *intfourier()* und *intspecial()*, welche aus einer gegebenen Koordinatenmatrix  $A \in \mathbb{R}^{2,n}$  der Form

$$A := \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_{n-1} \\ f_0 & f_1 & \dots & f_{n-1} \end{pmatrix}$$

diejenige Interpolante bestimmen, die für alle  $i \in \{0, \dots, n-1\}$  die Punkte  $(x_i, f_i)$  interpoliert, wobei die  $x_i$  paarweise verschieden seien. Folgende Interpolationsbasen sollen hierzu verwendet werden:

- *intpolynom()* gebrauchte die Monombasis  $(1, x, \dots, x^{n-1})$
- *intfourier()* gebrauchte die üblichen trigonometrischen Basispolynome  $(1, \cos(x), \sin(x), \cos(2x), \sin(2x), \dots)$
- *intspecial()* gebrauchte die Basis  $(1, \arctan(x), \dots, \arctan((n-1)x))$ .

Die Ausgabe soll jeweils ein Vektor  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  der Gestalt

$$\alpha := (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1})$$

sein, wobei  $\alpha_j$  für  $j \in \{0, \dots, n-1\}$  die Koeffizienten des jeweiligen Interpolationspolynoms sind.

- (ii) Plotten Sie mit Octave die in (i) gefundenen Interpolanten.
- (iii) Schreiben Sie nun eine Funktion  $normpipe()$ , die für die in (i) bestimmten Interpolanten  $p$  folgenden Wert berechnet:

$$\|p\| := \left( \int_{x_0}^{x_{n-1}} |p(t)|^2 dt \right)^{1/2}.$$

*Hinweis:* Benutzen Sie hierzu eine geeignete Interpolation von  $|p|^2$ .

- (iv) Sprechen Sie schließlich mit Hilfe der Funktion  $normpipe()$  für die Koordinatenmatrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 17 & 20 & 30 \\ 1 & 1 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$$

eine Empfehlung an die Firma K.O. bezüglich eines preiswerten Pipelineverlaufes aus (in Bezug auf die "Länge" der Pipeline).