Technische Universität Berlin **Wintersemester 2015/2016**
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Reinhold Schneider, Benjamin Kutschan

Numerische Mathematik I

Wiederholungsblatt

Übungsaufgaben für die Tutorien (09.02.-12.02.2016):

Aufgabe 1:
Was ist die absolute und relative Kondition des Verfahrens, welches durch die Funktion $f : \mathbb{R}\setminus\{0\}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(a,b) = \frac{b}{a}$ beschrieben ist bezüglich der $\|.\|_2$-Norm? Vereinfachen Sie die *relative* Kondition so weit wie möglich.

Aufgabe 2:
Berechnen Sie eine Cholesky-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 9 & -6 & 0 \\ 9 & 18 & -6 & -12 \\ -6 & -6 & 5 & -3 \\ 0 & -12 & -3 & 34 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3:
Die folgenden Daten

i	1	2	3	4
x_i	1	$\sqrt{\pi}$	$\exp(3)$	-120
y_i	2	1	5	2

sollen durch eine konstante Funktion

$$f(x;a) := a$$

möglichst gut (im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate) beschrieben werden, d.h. es soll gelten $y_i \approx f(x_i;a)$. Geben Sie das entsprechende lineare Ausgleichsproblem an und lösen Sie es mit Hilfe einer QR-Zerlegung.

Aufgabe 4:
Geben Sie das eindeutige Interpolationspolynom $p \in \Pi_3$ an, welches die Funktion

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

in den Punkten $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ interpoliert und die zusätzliche Bedingung $f'(x_0) = p'(x_0)$ erfüllt.

Aufgabe 5:
Bestimmen Sie die Parameter $\alpha, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ derart, dass die Quadraturformel

$$\int_0^1 f(x)\,dx \approx \alpha f(x_1) + \alpha f(x_2),$$

möglichst hohen Genauigkeitsgrad hat. Was ist der Genauigkeitsgrad? Handelt es sich um eine Gauß-Quadratur Regel?

Aufgabe 6:

1. Geben Sie die Iterationsmatrix an, die man erhält wenn man das Einzelschritt-Verfahren auf die Matrix
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
anwendet.

2. Konvergiert das Einzelschritt-Verfahren für jeden Startwert x_0?