

## Numerische Mathematik I

### 13. Übungsblatt: Newton-Verfahren, Fixpunktiteration

Übungsaufgaben für die Tutorien (26.01.-19.01.2016):

#### Aufgabe 1:

Verwenden Sie das Newton-Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der Nullstellen  $\bar{x}$  der folgenden Funktionen

(a)  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 6$  mit  $x_0 = 1$ ,

(b)  $f(x) = xe^{-x}$  mit  $x_0 > 2$ .

#### Aufgabe 2:

Zeigen Sie: Für  $f(x) = \sin(x)$  existiert ein Startwert  $x_0 \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ , so dass das Newton-Verfahren zyklisch ist mit Periode 2.

#### Aufgabe 3:

Es sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  stetig differenzierbar und  $x^* \in \mathbb{R}^n$  eine Nullstelle von  $f$ , sodass das Differenzial  $Df(x^*)$  invertierbar ist. Zeigen Sie, dass das vereinfachte Newton-Verfahren

$$x_{k+1} = x_k - (Df(x_0))^{-1}f(x_k)$$

für alle Startwerte  $x_0$  aus einer Umgebung  $U$  von  $x^*$  linear gegen die eindeutige Nullstelle  $x^*$  konvergiert.