

## Numerische Mathematik I

### 11. Übungsblatt: Quadratur

#### Übungsaufgaben für die Tutorien (12.01.-15.01.2016):

##### Aufgabe 1:

Sei  $w : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , eine stetige, nicht-negative Funktion mit endlich vielen Nullstellen. Zeigen Sie, dass  $\langle f, g \rangle_w := \int_a^b f(x)g(x)w(x)dx$  ein Skalarprodukt auf dem Raum der Polynome definiert.

##### Aufgabe 2:

- Man bestimme die Gauß-Quadratur-Formel mit zwei Stützstellen für das Intervall  $[-1, 1]$  und die Gewichtsfunktion  $\omega(x) := x^2$ .
- Man benutze diese Quadratur-Formel um die Funktion  $f(x) := e^x$  auf dem Intervall  $[-1, 1]$  zu integrieren.

##### Aufgabe 3:

Gegeben sei  $\Delta : a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$ . Zeigen Sie: es gibt eindeutig bestimmte Zahlen  $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$  mit

$$\sum_{k=0}^n a_k p(x_k) = \int_a^b p(x) dx$$

für alle  $p \in \Pi_n$ .