Technische Universität Berlin **Wintersemester 2015/2016**
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Reinhold Schneider, Benjamin Kutschan

Numerische Mathematik I

9. Übungsblatt: Lagrange- und Hermite-Interpolation

Übungsaufgaben für die Tutorien (15.12.-18.12.2015):

Aufgabe 1:
Seien $x_0, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ paarweise verschiedene Stützstellen und $L_0, \dots, L_n$ die zugehörigen Lagrange-Polynome, d.h. $L_i(x_j) = \delta_{ij}$. Zeigen Sie die folgenden Identitäten:

(a) $\sum\limits_{i=0}^{n} L_i(x) = 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) $\sum\limits_{i=0}^{n} L_i(0) x_i^s = \begin{cases} 1 & s = 0, \\ 0 & s \in \{1, \dots, n\}, \\ (-1)^n x_0 \cdot \ldots \cdot x_n & s = n+1. \end{cases}$

Aufgabe 2:
Zeigen Sie, dass für $x \in \mathbb{R}$ und für die dividierten Differenzen einer m mal stetig differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gilt

$$\lim_{h \to 0} f[x, x+h, \dots, x+mh] = \frac{1}{m!} f^{(m)}(x).$$

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die eindeutige Polynome $p_1 \in \Pi_3$ und $p_2 \in \Pi_6$ welche die Bedingungen

1. $p_1(1) = 1$, $p_1'(1) = 2$, $p_1''(1) = 4$, $p_1(3) = 5$,
2. $p_2(-1) = -3$, $p_2(0) = 1$, $p_2'(0) = -5$, $p_2''(0) = 8$, $p_2(2) = 15$, $p_2'(2) = -1$, $p_2''(2) = 4$,

genügen.