

## Numerische Mathematik I

### 6. Übungsblatt: QR-Zerlegung, Lineare Ausgleichsprobleme

Übungsaufgaben für die Tutorien (24.11.-27.11.2015):

#### Aufgabe 1:

1. Berechnen Sie die QR-Zerlegung der Matrix  $A = \begin{bmatrix} 9 & -6 \\ 0 & 20 \\ 12 & -8 \end{bmatrix}$  mittels Housholder-Transformationen.

2. Bestimmen Sie mit Hilfe der QR-Zerlegung die Bestapproximation des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 9x_1 - 6x_2 &= 300, \\ 20x_2 &= 900, \\ 12x_1 - 8x_2 &= 600. \end{aligned}$$

#### Aufgabe 2:

Gegeben seien

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie eine QR-Zerlegung von  $A$  und lösen Sie damit das lineare Ausgleichsproblem

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} \|Ax - b\|_2.$$

#### Aufgabe 3:

Es seien folgende Messwerte  $(x_i, y_i, z_i)$  gegeben:

$$(1, 1, 3), \quad (1, 3, 1), \quad (3, 1, 3), \quad (3, 3, 3).$$

Formulieren Sie ein lineares Ausgleichsproblem zur Bestimmung der Ausgleichsebene

$$z = a + bx + cy$$

und berechnen Sie dessen Lösung mit Hilfe der Normalengleichung.