

## Numerische Mathematik I

### Übungsaufgaben für die Tutorien (03.11.-06.11.2015):

#### Aufgabe 1:

Seien  $A, B, Q \in \mathbb{R}^{n,n}$  invertierbare Matrizen und  $Q$  zusätzlich orthogonal, sowie  $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$ . Weiterhin sei eine submultiplikative Norm  $\|\cdot\|_*$  auf  $\mathbb{R}^{n,n}$  gegeben. Zeigen Sie folgende Beziehungen:

- (i)  $\kappa_*(AB) \leq \kappa_*(A)\kappa_*(B)$ ,
- (ii)  $\kappa_*(\alpha A) = \kappa_*(A)$ ,
- (iii)  $1 \leq \kappa_2(A)$ ,
- (iv)  $\kappa_2(Q) = 1$ ,
- (v)  $\kappa_2(A) \leq \kappa_F(A) \leq n\kappa_2(A)$ ,
- (vi)  $\kappa_2(QA) = \kappa_2(A)$ .

#### Aufgabe 2:

Gegeben sei eine nichtsinguläre Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ , wobei

$$\sum_{j=1}^n |a_{ij}| = 1, \quad \text{für } i = 1, \dots, n,$$

gelte. Zeigen Sie, dass für jede nichtsinguläre Diagonalmatrix  $D$  die folgende Ungleichung gilt:

$$\kappa_\infty(DA) \geq \kappa_\infty(A).$$

#### Aufgabe 3:

Sei  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 8 & 3 \\ 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$ .

1. Berechnen Sie die LR-Zerlegung mit partieller Pivotisierung von  $A$ .

2. Lösen Sie mit Hilfe der LR-Zerlegung das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  wobei  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ .