

Projektionen

Definition 1. Die orthogonale Projektion eines Vektors x aus einem Vektorraum V auf einen Vektor v der Länge 1 ist durch

$$P_v : V \rightarrow \text{span}\{v\} : x \mapsto v\langle v, x \rangle$$

gegeben. Die Länge der Projektion von x auf v ist $\langle v, x \rangle$.
[Bild]

Remark. Beachte, dass v normiert ist.

Lemma 2. Sei $\{q^i\}_{i=1, \dots, n}$ eine Orthonormalbasis eines Vektorraumes V der Dimension n . Betrachte q^i als die Spalten der orthogonalen Matrix Q . Dann lässt sich ein beliebiger Vektor x aus V als die Summe seiner Projektionen auf die Orthonormalbasis

$$\sum_{i=1}^n q^i \langle q^i, x \rangle = \sum_{i=1}^n q^i (q^i)^T x = QQ^T x = x$$

schreiben.